

長波の周波数解析手法に関する補論

Commentary: Methods of Spectral Analysis and Long Waves

大手方如
Masayuki Ote

国土技術政策総合研究所高度情報化研究センター情報基盤研究室 研究官

National Institute for Land and Infrastructure Management, Infrastructure and Transport, Information
Technology Div, Research Center for Advance Information Technology, Researcher

Modelski and Tompson(1996)は覇権国の海軍力のデータを分析して約110年という周期説を提唱した。Silverberg論文は、Modelski and Tompsonの原データにスペクトル解析を施して、その周期性を否定したものである。Silverbergの分析は、やや専門性が高いため、本稿ではスペクトル解析と、これに関連した分析手法について簡単に解説を加えたい。まず、Modelski and Tompsonの海軍力データにハーフィンダール指標を用いて、1495年から2003年までのトレンドを図示すると以下ようになる。問題は、ここに長波のような周期性が本当に存在するのか、という点である。

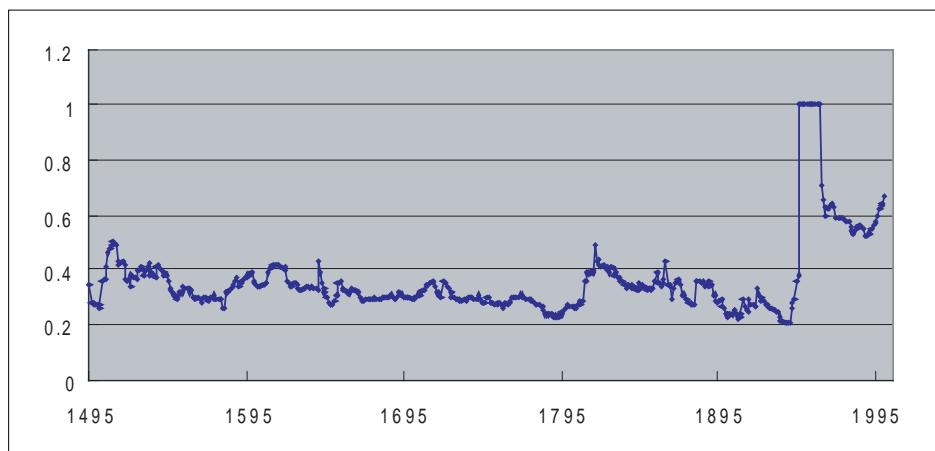


図1 海軍力のハーフィンダールインデックスの時系列グラフ

社会科学分野の長波研究で扱うデータは、自然科学で扱うデータ数と比較すると、一般に観測点数が少ない。自然科学や一部の計量経済学で扱っているような数万のオーダーのデータ点数と比べると、本論文で扱っているハーフィンダール指数のデータ点数も507点と少ない。データ点数が少ないということは、周波数が低い領域(つまり長波長領域)の分解能が下がるので長波について論ずることを困難に

している。限られたデータから、正しい解析結果を導出するためには、以下に留意する必要がある。

(1) 入手したい周波数領域をある程度絞って元データを加工する。

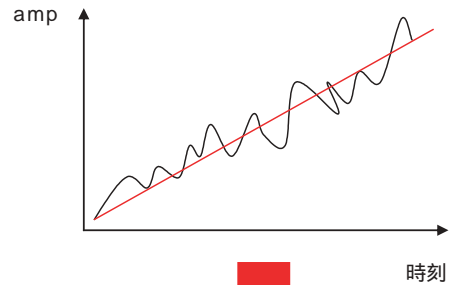
(2) 分析の対象にあわせてスペクトル解析のアルゴリズムを選択する。

スペクトル解析のアルゴリズムは複数あり、それぞれに長所・短所のある点に留意すべきである。

元データの加工

a) リニアトレンドの除去

長期にわたってデータに上昇または下降の傾向が見られる場合、このデータは定常性を持たない。したがって最小自乗法などで1次の近似曲線を計算し、元データから引き算するなどしてこの影響を除去する必要がある。(図2参照)



b) band pass filter (low pass filter)の適用

ノイズ成分が多い場合、生データにbandpassフィルター(長波ならlow pass)をかけることにより、議論したい周波数領域だけを取り出すようにする。特に長波の様に抽出したい周波数領域が決まっている場合には有効である。(図3参照)

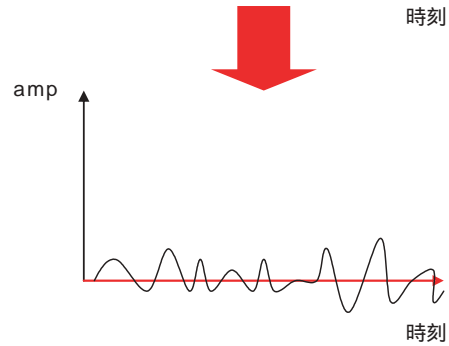


図2 リニアトレンドの除去

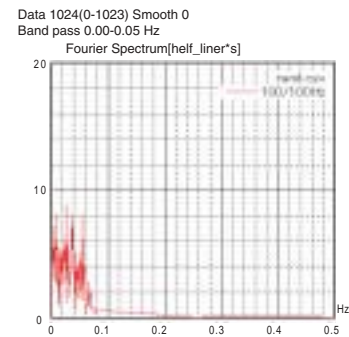
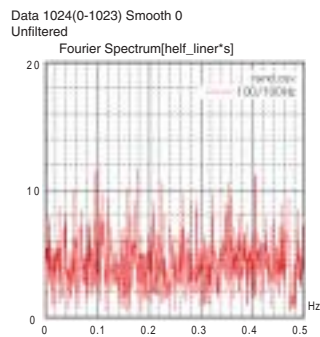
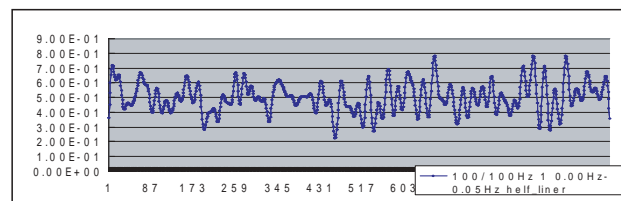
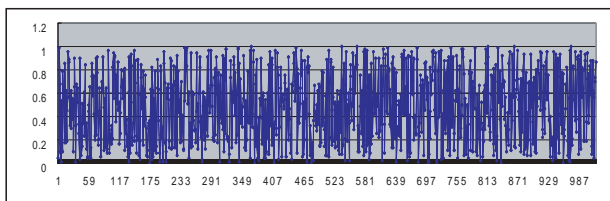


図3 ローパスフィルタの適用例(白色雑音に対し0.05Hzより上をカット)

c) 窓関数

有限個の時系列データをスペクトル解析することは、そのデータに方形波を足しあわせたものをスペクトル解析することと等価である。方形波がスペクトル解析値に与える影響を軽減する方法として、元データに窓関数をかけると良い結果がえられる。(図4参照)

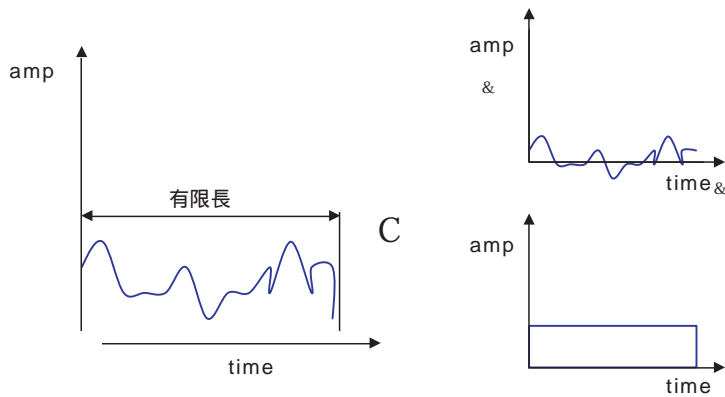


図4 有限長の時系列データのイメージ(波形+方形波)

窓関数にはハニング窓、ハミング窓、ブラックマン窓などがある。これらは「図5」のように、データの前後を収束させて方形波の影響を緩和するものである。この結果、一般的にスペクトルの裾は狭まるが、スペクトル変動の強さは小さくなる。

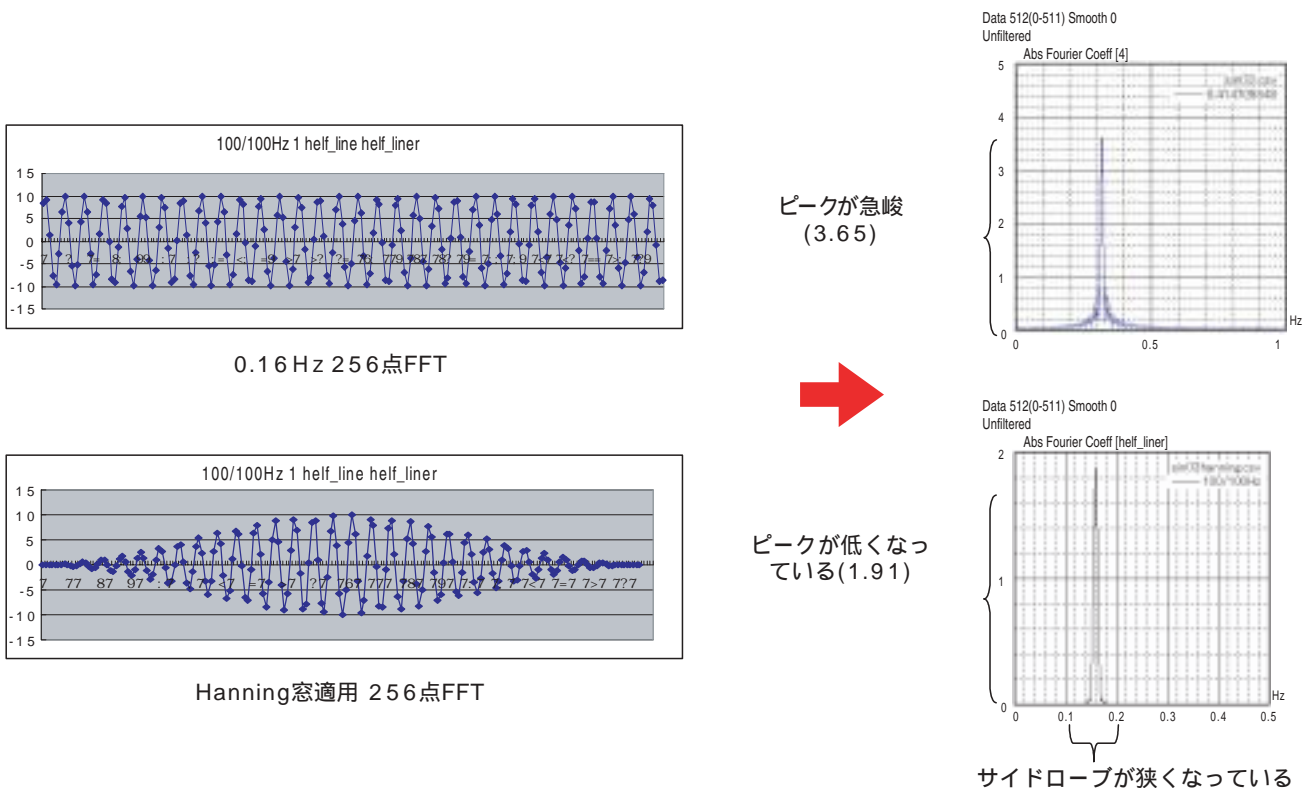


図5 窓関数の影響(256点,0.16HzのSin波にhamming窓を適用してFFTにより解析)

スペクトル解析に用いるアルゴリズムの変更

スペクトル解析を行うアルゴリズムには、さまざまなものがある。特にデータ点数が少ない場合には違いが顕著に出る可能性がある。多数のアルゴリズムの中でもFFT (Fast Fourier Transform) がもっとも有名である。ただしデータ点数が少ない場合には、MEM (Maximum Entropy Method) を用いた方が、精度の高い結果が得られる場合が多い。

FFT法によるスペクトル解析

原データに前処理を施し、FFT法によってSilverberg論文の追試をおこなった。その結果をSilverberg論文のfvc法の結果と比較して考察したい。「図6」が原論文のfvc法によるスペクトル解析の結果、「図7」が前処理無しのFFT法によるスペクトル解析の結果、「図8」がリニアトレンド除去後の結果、「図9」がリニアトレンド除去後30年より短い周期に対してローパスフィルタをかけた結果、「図10」がリニアトレンド除去後、hamming窓関数を適用した結果である。

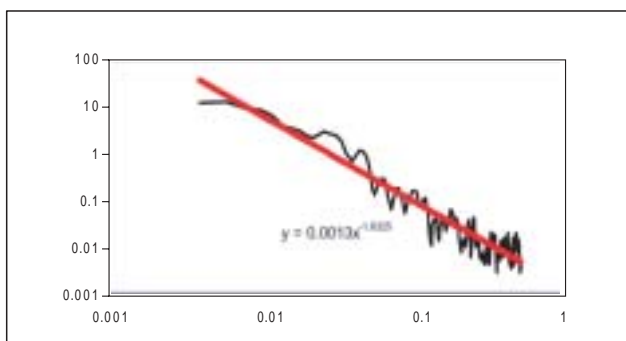


図6 fvc法(本文中から引用)

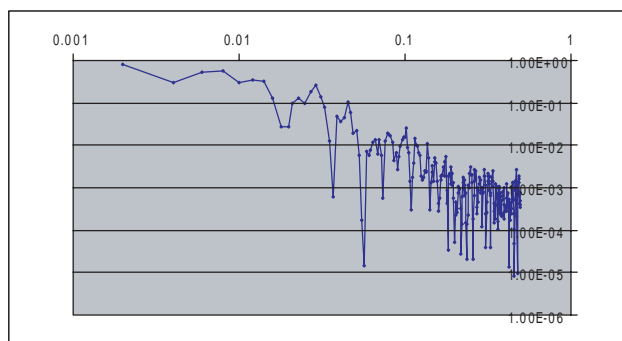


図7 fft法によるスペクトルの解析結果

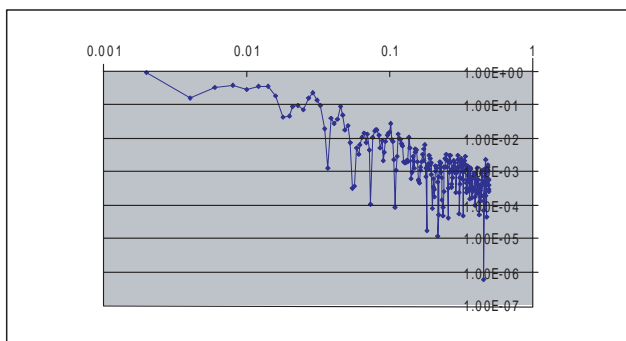


図8 fft法(リニアトレンド除去)

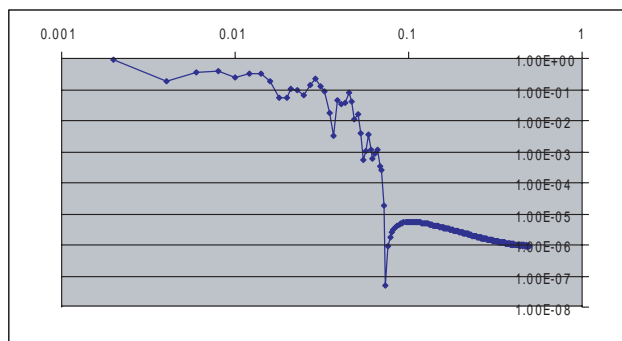


図9 fft法(ローパスフィルタ適用)

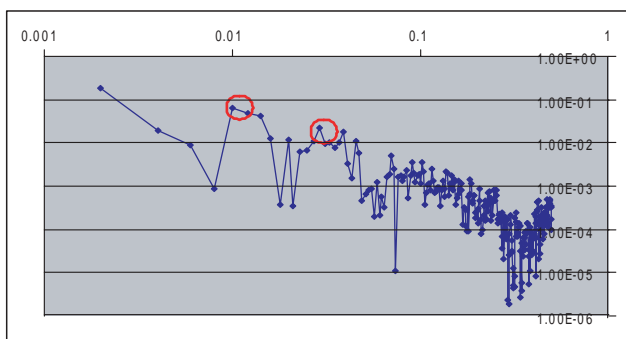


図10 fft法(Hamming 窓適用)

まず、「図6」「図7」からfvc法とFFT法によるスペクトル解析結果はかなり似通ったものになる。スペクトル波形は周波数全域にわたり不安定で、特定の周波数にピークがあると論ずるのは困難である。「図8」のようにリニアトレンドを除去してもほとんどスペクトルの波形は変わらない。これは元波形にほとんどリニアトレンドが無いことから分かる。「図9」から高周期領域でもスペクトル波形が比較的安定している。しかし、このグラフからも特定の周波数にピークがあると論ずるのは困難である。他方、「図10」のように、リニアトレンド除去後、hamming窓関数を適用した結果では、全体的に不安定であるものの、ピークらしき点が90年、33年付近に見える。とくに33年付近のピークは、どの処理方法でもピークがたっており、固有周期の存在する可能性がある。ただし線形近似の誤差から大きくはずれるものではなく、これらの点にピークがあると論ずるのは困難である。

MEM法によるスペクトル解析

次に原データに前処理を施した上で、MEM法によりスペクトル解析を行った。「図11」が前処理無しMEM法によるスペクトル解析結果、「図12」がリニアトレンド除去後の結果、「図13」がリニアトレンド除去後30年より短い周期に対してローパスフィルタをかけた結果、「図14」がリニアトレンド除去後、hamming窓関数を適用した結果である。

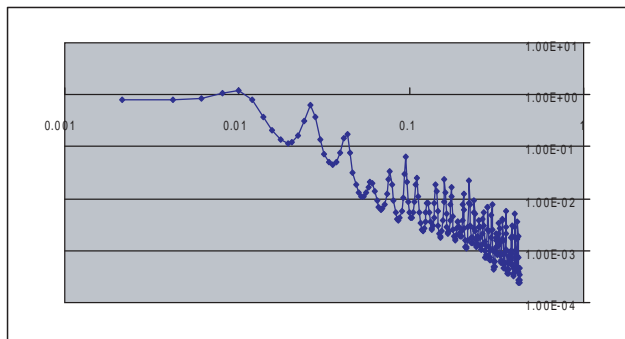


図11 MEM法によるスペクトル解析結果

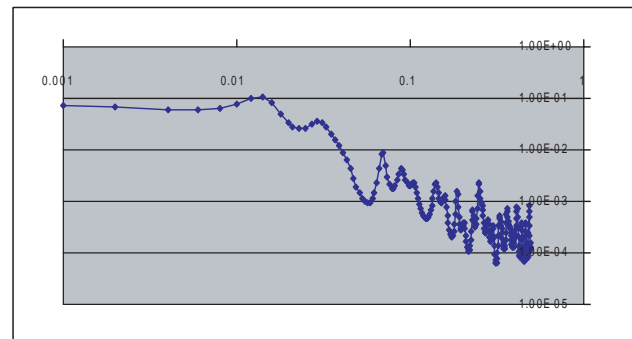


図12 MEM法によるスペクトルの結果

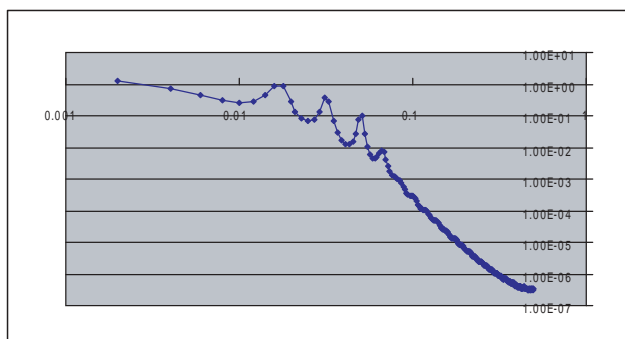


図13 MEM法(ローパスフィルタ適用)

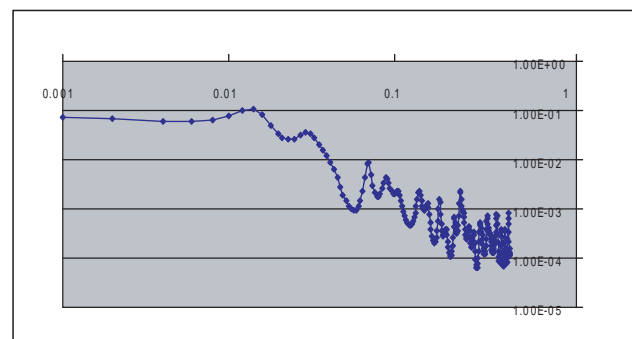


図14 MEM法(Hamming窓適用)

「図6」と「図11」から、fvc法とMEM法によるスペクトル解析は、やや異なることがわかる。とくに周期100年から10年付近の線形近似の傾きが変わってくる。また周期30年、20年付近にピークが見られる。「図12」のようにリニアトレンドを除去してもほとんどスペクトルの波形は変わらない。元の波形にはほとんどリニアトレンドの無いことが分かる。「図13」から高周期領域でもスペクトル波形が安定している。「図13」を見ると、周波数のピークに若干ずれが生じているものの、周期60年、30年、20年の付近にピークがたっている。他の周波数領域にぶれが少ないことから、このグラフだけからであれば、ここに周期性の存在する可能性がある。これに対して「図14」では際だったピークが存在していない。これは窓関数の効果、すなわちピークの振幅を小さくする効果が出たからだと考えられる。以上により、MEM解析の結果からは、Modelski and Tompsonの海軍力のヘルフィンダール指標には、約30年、20年の周期が存在する可能性がある。

以上のように前処理やスペクトル解析のアルゴリズムによってスペクトル解析の結果は大きく異なることがわかる。2種類のスペクトル解析の結果から、周期30年付近に周期性のあることが示唆された。また総じてMEM法の方が安定したスペクトル解析の波形を得ることができる。ただしこの結果は、長波周期否定説のさらなる否定を確証するものではない。FFT法による解析結果は波形が不安定で、周期30年に明確なピークがあると明言することができない。またFFT法で得られたスペクトル解析の波形の両対数グラフにおける線形近似式の傾きが - 1.65であることから、この海軍力のハーフィンダール指標は非定常である。したがって厳密に言えばMEM法を用いることはできない。他方、前処理や解析手法によってスペクトル解析の結果が大きく変わることを示すことができた。社会科学の分野で長波のスペクトル分析を行う際には、Silverberg論文のように単一の手法をもとに結論を出すのは危険である。またfvc法のような広く用いられてはいない手法を根拠にすることにも問題があるかもしれない。いずれにしても周期性の存在 / 非存在については、他の指標に対する解析や、ここで用いたもの以外の手法も検討に加えることによって総合的に判断する必要がある。

wavelet法の可能性について

近年急速に普及しているスペクトル解析の手法としてwavelet法がある。wavelet法ではmother waveletと呼ばれる波長の短い波の雛形を、時間軸、周波数軸について拡大・縮小し、もとの時系列データの波形に近づくように、周波数ごとに得られたwaveletを重畳することで解析を行う。具体的には、ある周波数 f に相当するmother waveletの時刻をずらしながら解析対象の時系列データの内積をとることで、その時刻 t_1 と周波数 f の振幅を得る。（「図15」参照）この手法は時系列データを時間軸と周波数軸の2次元の解析結果を得ることができるという点で画期的である。

この手法では恒常的な周期が存在するかどうかを判断するだけにとどまらず、ある周期を

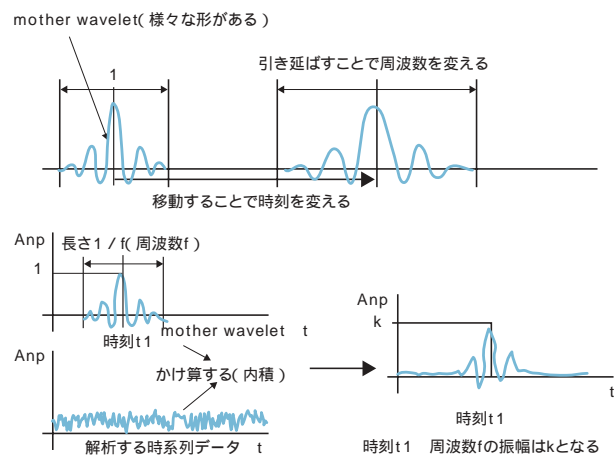


図15 wavelet 変換の考え方
(この操作を全周波数・時間について行なう)

持った現象の生起から発達、衰退の過程についての情報も得ることができる。ある時系列データで周期的な現象が見られる場合、その発生時期をみることで、きっかけとなった歴史上の事件を特定できるかもしれない。

一般的にwavelet法では、解析者が知りたい領域で、時間もしくは周波数の解像度が最も高くなるように変数を設定する。S字波理論(公文俊平、2004)が提唱するように、ある現象がS字型の波形に沿って盛衰し、さらに複数のS字波が重畳して、より大きなS字波を生み出すというモデルを仮定した場合、要素となるS字波に近いmother waveletを作り、これを用いてwavelet法による周波数解析を原データに施せば、モデルに沿った現象の盛衰、およびwaveletの重畳による、より大きな現象の盛衰を説明できるかもしれない。このような解析手法では、要素となるmother waveletの作成・選択や、S字波の契機となる歴史上の出来事の解釈について、多分に恣意性が入る可能性も高い。他方、この手法の正当性は、社会現象のS字波理論とwavelet解析の原理が本質的に同じだということである。従来のスペクトル解析と並行して、社会の長期的な変化を定量的に説明する手法としてwavelet法を試みるのは有望であろう。

【参考文献】

Silverberg教授からはハーフィンダール指標による原データのご提供を戴き、また翻訳に際してはメールによる質問に快くご回答を戴いた。この場をかりて御礼申し上げたい。本稿の執筆に際しては飛田武幸、高安秀樹両教授から貴重なコメントを戴いた。併せて御礼申し上げたい。

公文俊平 『情報社会学序説：ラストモダンの時代を生きる』 NTT出版、2004年。

Modelski, G. and Thompson, W.R., 1996, *Leading Sectors and World Powers*, Columbia, SC: University of South Carolina Press.

日野幹雄 『スペクトル解析』 朝倉書店、1977年

石川康宏 『臨床医学のためのウェーブレット解析』 医学出版 2000年

高安秀樹 高安美佐子 『エコノフィジックス:市場に潜む物理法則』 日本経済新聞社 2001年